

# DSSS 系统中基于分数阶傅立叶变换的 扫频干扰抑制算法

齐林<sup>1,2</sup>, 陶然<sup>1</sup>, 周思永<sup>1</sup>, 王越<sup>1</sup>

(1. 北京理工大学电子工程系, 北京 100081; 2. 郑州大学信息工程学院, 河南郑州 450052)

**摘要:** 本文提出了一种基于分数阶傅立叶变换的 DSSS 系统中扫频干扰的自适应抑制算法, 分析了分数阶傅立叶域中扫频干扰的检测和抑制的基本原理, 并给出了相应的干扰抑制接收机的结构, 性能分析表明, 该方法可获得明显的信噪比改善及较好的误码率性能, 和其他基于二维时频分析工具的滤波算法相比, 降低了计算的复杂度, 其实现更为简便。

**关键词:** 直接序列扩频; 干扰抑制; 分数阶傅立叶变换

**中图分类号:** TN911.42 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 05-0799-04

## Frequency Sweeping Interference Suppressing in DSSS System Using Fractional Fourier Transform

QI Lin<sup>1,2</sup>, TAO Ran<sup>1</sup>, ZHOU Si-yong<sup>1</sup>, WANG Yue<sup>1</sup>

(1. Dept. of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. College of Information, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450052, China)

**Abstract:** An algorithm for the suppressing of frequency sweeping interference in DSSS system using fractional Fourier transform is proposed in this paper. The basic concepts of interference detection and suppressing in fractional Fourier domain are introduced and two kinds of DSSS receiver with adaptive time-varying excision filters are also provided. The performance analyses have shown that remarkable improvement of SNR and BER are obtained and compared with other two dimensional time-frequency interference suppressing algorithms, it is easy in computation and simple in implementation.

**Key words:** direct sequence spread spectrum; interference suppressing; fractional Fourier transform

### 1 引言

扩频通信技术具有大容量、抗干扰、低截获率以及可实现码分多址(CDMA)等优点, 在军事和民用通信系统中都得到了广泛的应用, 并成为下一代移动通信的技术基础。扩频通信系统中, 直接序列扩频(Direct sequence spread spectrum, DSSS)技术的应用最为普遍。DSSS 系统有着很强的抗干扰能力, 但是, 当外部干扰的强度超过了系统的干扰容限时, 系统的性能将会急剧下降, 这时, 必须引入相应的抗干扰措施, 通常是在解扩前对信号进行预处理。目前, 这一领域的研究成果大都集中在窄带干扰的抑制上, 而近年来, 宽带的非平稳干扰对扩频系统的影响越来越引起人们的重视<sup>[1-6]</sup>, 其常见的形式为扫频(线性调频)干扰。相对于单频正弦波, 扫频干扰对 DSSS 系统的影响更为明显<sup>[1]</sup>, 因此, 针对扫频干扰, 近年来出现了多种干扰抑制算法, 这些方法主要遵循着自适应预测滤波和变换域干扰抑制这两种思路。文献[1]首先提出了基于 LMS 算法的自适应扫频干扰抑制算法, 这方法的缺点是收敛速度较慢,

另一方面, 滤波器的性能随扫频速率的增加而下降。在抑制宽带干扰的变换域方法中, 各种时频分析工具是这类算法的核心和基础<sup>[2-6]</sup>, 文献[5, 6]对其性能给出了评估和分析。

变换域干扰抑制算法的核心是根据不同的干扰类型确定所采用的变换形式及自适应地确定变换的参数。对于窄带干扰, 基于 DFT 的频域抵消算法具有明显的抑制效果; 而对于宽带干扰, 常用的变换域有时频域、小波域、Gabor 域等<sup>[3]</sup>。本文提出了一种基于分数阶傅立叶变换的 DSSS 系统中扫频干扰的自适应抑制方法, 在分数阶傅里叶域中实现干扰信号的检测、参数估计和抑制, 性能分析表明, 该法可获得明显的信噪比改善及较好的误码率性能, 和其他基于二维时频分析工具的滤波算法相比, 降低了计算的复杂度, 其实现更为简便。

### 2 分数阶傅立叶变换的定义

分数阶傅立叶变换(Fractional fourier transform, FRFT)是傅立叶变换的一种广义形式, 作为一种新的时频分析工具, FRFT 可以解释为信号在时频平面内坐标轴绕原点逆时针

旋转任意角度后构成的分数阶傅立叶域上的表示方法<sup>[7,8]</sup>。如果信号的傅立叶变换可看成将其在时间轴上逆时针旋转  $\theta$  到频率轴上的表示,则 FRFT 可以看成将信号在时间轴上逆时针旋转角度  $\theta$  到  $u$  轴上的表示。 $u$  轴通常被称为分数阶傅立叶域。

信号  $x(t)$  的 FRFT 定义为:

$$x_p(u) = F_p[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_p(t, u) dt \quad (1)$$

式中:  $p$  为 FRFT 的阶,可以为任意实数,  $\theta = p/2$ ,  $n$  为整数,  $F_p[\cdot]$  为 FRFT 的算子符号,  $K_p(t, u)$  为 FRFT 的变换核:

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\theta}{2}} \exp\left\{j\left(\frac{t^2+u^2}{2}\cot\theta - tu\cot\theta\right)\right\}, & n \\ (t-u), & = 2n \\ (t+u), & = (2n \pm 1) \end{cases} \quad (2)$$

FRFT 的逆变换为:

$$x(t) = F^{-p}[x_p(u)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_p(u) K_p(t, u) du \quad (3)$$

式(3)表明,信号  $x(t)$  被分解在以逆变换核  $K_p(t, u)$  为基的函数空间上,而该核是  $u$  域内的一组正交的 LFM 信号,即信号可表示为  $u$  域上一组正交 LFM 基的线性组合,  $u$  域一般称为分数阶傅立叶域,而时域和频域可视为分数阶傅立叶域的特例。从本质上讲,信号在分数阶傅立叶域上的表示,同时融合了信号在时域和频域的信息,因此,FRFT 被认为是一种时频分析方法,与其他时频分析工具具有着极其密切的联系<sup>[8]</sup>。

实际应用中,需要计算离散形式的 FRFT(DFRFT)。本文中采用了分解型快速算法,该算法可将 FRFT 分解为信号的卷积形式,从而利用 FFT 进行计算,其计算结果与连续的 FRFT 的输出比较接近,计算复杂度为  $O(N \lg N)$ <sup>[9]</sup>。

### 3 基于 FRFT 的自适应干扰抑制接收机

基于 FRFT 的自适应干扰抑制接收机的原理如图 1 所示。首先,对接收信号  $r(n)$  进行不同阶数的 FRFT,通过分数阶傅立叶域上的峰值检测估计干扰的参数,并根据估计的结果建立相应的时变滤波器,而后,由时变滤波器在分数阶傅立叶域上对接收信号中的干扰分量进行抑制,最后,对输出信号  $y(n)$  进行相关解扩、判决即可恢复出传送的码元数据。存在干扰时,接收信号可用如下模型表示:

$$r(n) = \sqrt{P_s}dc(n) + \sqrt{P_j}j(n) + w(n) \quad (4)$$

式中  $P_s$  为信号功率;  $d$  为码元数据,设系统采用 BPSK 调制,则有  $d \in \{-1, 1\}$ ,  $\forall b$ ;  $c(n)$  为 PN 码,是一个长度为  $L=2^n-1$  的  $m$  序列,且有  $c(n) \in \{-1, 1\}$ ,  $n=1, \dots, L$ ,既系统的扩频增益为  $L$ ;  $w(n)$  为独立的复高斯白噪声,其均值为零,方差为  $\frac{2}{L}$ ;  $P_j$  为干扰功率;  $j(n)$  为具有恒包络的扫频(LFM)干扰分量,可表示为:

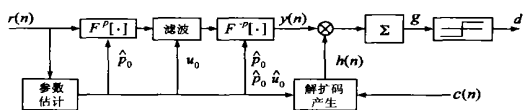


图 1 基于 FRFT 的自适应干扰抑制接收机的原理

$$j(n) = \exp(j2 f_0 n + j \mu_0 n^2) \quad (5)$$

其中  $\mu_0$  是线性调频率(扫频速率),  $f_0$  是平均频率。由此可定义输入信噪比为  $SNR_{in} = P_s / \frac{2}{w}$ , 干信比为  $JSR = P_s / P_j$ 。

在  $\mu_0$  和  $f_0$  未知的情况下,干扰抑制的前提是对参数  $\mu_0$  和  $f_0$  的正确估计,其目的是识别时频平面上信号能量的分布特征,以得到与之相适应的滤波器参数。由 FRFT 的定义可知,一个 LFM 信号只在适当的分数阶傅立叶域中是一个冲击函数。因此 FRFT 在某个分数阶傅立叶域中对给定的 LFM 信号具有最好的聚集特性。利用这一特性,作者提出了一种 LFM 信号的检测与参数估计算法<sup>[10]</sup>,其基本思路是以阶数  $p$ (或旋转角  $\theta$ ) 为变量,对观测信号进行分数阶傅立叶变换,形成  $(p, u)$  的二维平面,在此平面上进行峰值点的检测即可得到  $\mu_0$  及  $f_0$  的估计值。对于式(4)给出的信号模型,这一过程可描述为:

$$\begin{cases} \hat{p}_0, \hat{u}_0 = \arg \max_{p, u} |X_p(u)|^2 \\ \hat{u}_0 = -\cot(\hat{p}_0 / 2) \\ \hat{f}_0 = \hat{u}_0 \csc(\hat{p}_0 / 2) \end{cases} \quad (6)$$

显然,这是一个二维的搜索,当估计的精度要求较高时,需要的计算量较大,采用牛顿法或其他优化算法进行迭代搜索可显著地减少搜索过程的计算量。

在得  $\mu_0$  和  $f_0$  到的估计值后,对含噪信号  $r(n)$  进行  $p_0$  阶 FRFT,得到旋转角度  $\theta$  后的信号,对于扫频干扰,其能量集中在  $u$  域上以  $u_0$  为中心的一个窄带内,而噪声和扩频信号的能量则分布在整个时频平面,在任何  $u$  域上均不会呈现出能量的聚集,根据这一特性,利用  $u$  域上中心频率为  $u_0$  的窄带阻滤波器即可滤除绝大部分的噪声能量。而后,对滤波后的信号进行  $p_0$  阶的分数阶傅立叶反变换,将滤波后的信号再反向旋转回原来的时间域,即可得到抑制了噪声后的信号  $y(n)$ 。干扰抑制的过程如图 1 所示,这一过程相当于一个开环的自适应窄带阻时频滤波器,其中心频率跟随 LFM 信号的瞬时频率作线性变化,从而实现了接收信号的自适应滤波。

若定义线性空间的  $L$  维列向量:

$$\begin{aligned} R &= [r(1), \dots, r(L)]^T \\ C &= [c(1), \dots, c(L)]^T \\ W &= [w(1), \dots, w(L)]^T \\ J &= [j(1), \dots, j(L)]^T \\ H &= [h(1), \dots, h(L)]^T \\ Y &= [y(1), \dots, y(L)]^T \end{aligned} \quad (7)$$

则干扰抑制滤波器的输出可表示为向量形式:

$$Y = F_{p_0} \cdot M \cdot F_{p_0}^{-1} R = BR \quad (8)$$

式中:  $F_{p_0}$  表示  $p_0$  阶离散 FRFT 的变换矩阵;  $B = F_{p_0} \cdot M \cdot F_{p_0}^{-1}$ ;  $M$  为一个对角矩阵,对应于分数阶傅立叶域上对信号的滤波(加权)运算。在分数阶傅立叶域上,根据对干扰的估计结果,对通带和阻带内的信号值分别乘以不同的加权系数即可实现对干扰分量的抑制。常用的变换域加权算法可分为两大类:置零(Zeroize)算法和修剪(Clip)算法,置零算法在变换域中将所有幅度超过某一阈值的信号分量置零,而修剪算法则将这些

分量的相位信息保留,幅度压缩某到一固定值.分析表明,修剪法的性能优于置零法,但其算法实现较为复杂<sup>[3]</sup>.

设接收信号中的干扰分量被完全抑制,则滤波器输出可表示为:

$$Y = BR = \sqrt{P_d}BC + BW = Y_s + Y_w \quad (9)$$

其中  $Y_s$  和  $Y_w$  分别为滤波器输出的信号分量和噪声分量.由图 1 可知,相关解扩器输出的判决变量为:

$$g = H^H Y = H^H Y_s + H^H Y_w = \sqrt{P_d}H^H BC + H^H BW \quad (10)$$

此时,接收机的输出信噪比为:

$$SNR_{out} = E^2[g] / Var[g] \quad (11)$$

由式(10)可知:

$$E[g] = E[\sqrt{P_d}H^H BC + H^H BW] = \sqrt{P_d}H^H BC \quad (12)$$

$$Var[g] = E[H^H Y_w Y_w^H H] = H^H B E[WW^H] B^H \quad (13)$$

根据输入噪声的统计特性可得到:

$$E[WW^H] = \frac{2}{w}I \quad (14)$$

因此,输出信噪比可表示为:

$$SNR_{out} = \frac{P_d H^H BC C^H}{2 H^H B B^H H} \quad (15)$$

则由式(15)可知,当输入信噪比和噪声抑制滤波器的参数给定时,输出信噪比取决于本地解扩向量  $H$ ,不同的  $H$  对应于不同的接收机结构,其性能也有所不同,本文将研究两种抗扫频干扰接收机的结构及性能.

### 3.1 时域相关接收机

取  $H = C$ ,即  $H$  等于扩频向量,由式(15)可知,其输出信噪比为:

$$SNR_{out} = \frac{P_d C^H B C C^H}{2 C^H B B^H C} \quad (16)$$

这种接收机结构在实现上最为简单,然而,干扰抑制器的引入破坏了接收信号与本地解扩序列之间的互相关特性和噪声序列的自相关特性,导致其输出信噪比下降.此外,分解型 DFRFT 不满足严格的正交性,也是影响接收机性能的原因之一.为提高输出信噪比,可对  $H$  进行某种修正,由此可引出另外一种接收机结构.

### 3.2 分数阶傅立叶域的相关接收机

为改善接收信号与本地解扩序列之间的相关性,可将本地 PN 码进行一次与干扰抑制过程相同的处理,即取  $H = BC$ ,此时,相关解扩器输出的判决变量可表示为:

$$g = H^H Y = C^H B^H BR = C^H (F_{p_0}^{\leftarrow} M F_{p_0}^{\rightarrow})^H F_{p_0}^{\leftarrow} M F_{p_0}^{\rightarrow} r \\ = C^H (M F_{p_0}^{\leftarrow})^H F_{p_0}^{\leftarrow} F_{p_0}^{\leftarrow} (M F_{p_0}^{\rightarrow})^H R \quad (17)$$

由分解型 DFRFT 的定义可知<sup>[9]</sup>:

$$F_{p_0}^{\leftarrow} F_{p_0}^{\leftarrow} F_{p_0}^{\leftarrow} F_{p_0}^{\leftarrow} I \quad (18)$$

因此有:

$$g = C^H (M F_{p_0}^{\leftarrow})^H (M F_{p_0}^{\rightarrow})^H R = (M F_{p_0}^{\leftarrow} C)^H (M F_{p_0}^{\rightarrow})^H R \quad (19)$$

式(19)表明,在接收信号的处理过程和本地解扩序列的产生过程中,可将逆变换省略,即解扩过程中的相关运算可在变换域(分数阶傅立叶域)实现,与时域相关接收机相比,这一方法改善了接收信号与本地解扩序列之间的互相关特性,可在不

增加运算量的前提下减少信噪比的损失.其输出信噪比为:

$$SNR_{out} = \frac{P_d C^H F_{p_0}^{\leftarrow} M^2 F_{p_0}^{\rightarrow} C}{2 C^H (F_{p_0}^{\leftarrow} M^2 F_{p_0}^{\rightarrow})^2 C} \quad (20)$$

## 4 性能分析

干扰抑制接收机的性能可由信噪比改善因子  $IF$  和系统误码率  $P_e$  来评估.信噪比改善因子定义为:

$$IF = SNR_{out} / SNR_{in} \quad (21)$$

本节将讨论在给定的参数下上述两种接收机的信噪比和误码率性能.

设接收信号中的干扰分量为等幅线性调频波,其中心频率与接收信号的载波相同,系统中的 PN 码为长度  $L = 31$  的  $m$  序列,即系统的扩频增益为 31 (14.9dB).取输入信噪比为 0dB,干信比为

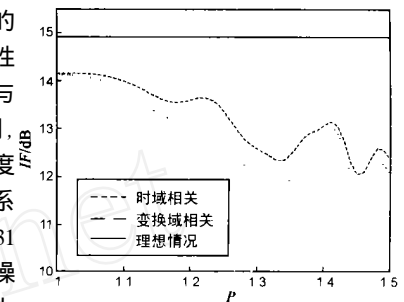


图 2 不同阶数时干扰抑制接收机的信噪比改善

20dB,并按修剪法的要求设置矩阵  $M$ ,则针对具有不同调频速率的扫频干扰,可由式(16)和式(20)分别计算出两种接收机的信噪比性能,计算结果示于图 2.

由图 2 可见,多数情况下,分数阶傅立叶域相关接收机的性能优于时域相关接收机,而干扰抑制器的引入,使得这两种接收机的信噪比性能相对于理想情况(最优接收机)有所下降.在  $p = 1$  时,扫频干扰退化为单频正弦干扰,而干扰抑制过程中的 DFRFT 则退化为 DFT,由于 DFT 为严格的正交变换,干扰抑制接收机的信噪比改善因子在此时为最大.随着  $p$  逐渐偏离 1,DFRFT 的非正交性对接收机性能的影响逐渐显著,其信噪比性能也随之下降.

干扰抑制的效果最终反映在接收机误码率性能的改善上.对于图 2 所示的接收机结构,存在干扰时完整的输出判决变量可表示为:

$$g = C^H Y = \sqrt{P_s} d C^H BC + \sqrt{P_j} C^H BJ + C^H BW \\ = \pm \sqrt{P_s} C^H BC + \sqrt{P_j} C^H BJ + C^H BW \quad (22)$$

上式右端的三项分别表示了接收机输出中的信号分量,残余干扰分量和噪声分量,根据 BPSK 调制系统的误码率表达式,干扰抑制接收机的误码率可按下式计算:

$$P_e = \frac{1}{2} Q \left[ \frac{\sqrt{P_s} \text{Re}(H^H BC) + \sqrt{P_j} \text{Re}(H^H BJ)}{w \sqrt{H^H B B^H H}} \right] \\ + \frac{1}{2} Q \left[ \frac{\sqrt{P_s} \text{Re}(H^H BC) - \sqrt{P_j} \text{Re}(H^H BJ)}{w \sqrt{H^H B B^H H}} \right] \\ = \frac{1}{2} Q \left[ \frac{\sqrt{SNR_{in}} \text{Re}(H^H BC) + \sqrt{JSR} \text{Re}(H^H BJ)}{\sqrt{H^H B B^H H}} \right] \\ + \frac{1}{2} Q \left[ \frac{\sqrt{SNR_{in}} \text{Re}(H^H BC) - \sqrt{JSR} \text{Re}(H^H BJ)}{\sqrt{H^H B B^H H}} \right] \quad (23)$$

设干扰信号参数为  $\mu_0 = 0.3$  和  $f_0 = 0$ ,输入信噪比为 0dB,则由

式(23)可得到干扰抑制接收机的误码性能,图3给出了在不同干信比下两种接收机的误码率,为便于比较,图中同时给出了无干扰抑制措施(即

$B = I, H = C$ )时的误码率特性。由图3可见,干扰抑制器的引入明显地改善了接收机的抗干扰性能,而分数阶傅立叶域的相关接收机的性能要优于时域相关接收机,其误码率性能相差约2dB。随着干扰功率的下降,干扰分量对误码率的影

响逐渐减弱,当干信比低于某一值时,接收机误码率将主要取决于输入噪声。此时,干扰抑制器的引入不仅不能改善接收机的性能,反而使其性能恶化。因此,在工程应用中,当检测到的干扰功率低于某一阈值时,应将干扰抑制器关闭,确保接收机的性能不会下降。

在算法实现上,如PN码为长度为 $L$ ,基于WVD的干扰抑制算法的计算复杂度为 $O(KL \lg L)$ ;而本文算法的主要运算在于 $(p, u)$ 平面的二维搜索,若需要搜索的分数阶傅立叶域的个数为 $K$ ,则其计算的复杂度为 $O(KL \lg L)$ 。当采用优化搜索技术时,一般有 $K < L$ 。与基于WVD-HT的方法相比,本文算法省略了WVD数据从直角坐标到极坐标的转换和二维扫描的Hough变换,简化了处理过程。

## 5 结论

本文深入研究了分数阶傅立叶变换在DSSS系统抗干扰技术中的应用,提出了一种基于分数阶傅立叶变换的扫频干扰自适应抑制方法,利用分数阶傅立叶变换等同于对信号在时频平面进行旋转这一重要特性,提出了在分数阶傅里叶域中实现干扰信号的检测和抑制的算法。在算法实现上,则提出了两种干扰抑制接收机的结构,性能分析表明,这两种结构的接收机均可获得明显的性能改善,而其中分数阶傅立叶域的相关接收机的性能要优于普通的时域相关接收机,因而更具有实用价值。由于分数阶傅立叶变换是一种一维的线性变换,可借助FFT实现,和其他基于二维时频分析工具的干扰抑制算法相比,本文提出的算法降低了计算的复杂度,其实现更为简便。另一方面,傅立叶变换可视为分数阶傅立叶变换的一个(阶数为1的)特例,故本文所提算法不仅可抑制宽带的扫频干扰,也同时具有抑制单频正弦干扰的能力。

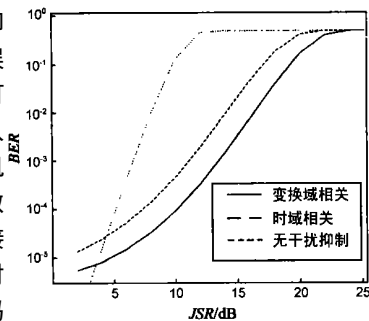
## 参考文献:

[1] S G Giscic, et al. Rejection of frequency sweeping signal in DS spread spectrum systems using complex adaptive filters[J]. IEEE Trans on

commun, 1999, 43(1): 136 - 145.

- [2] M G Amin. Interference mitigation in spread spectrum communication systems using time-frequency distributions[J]. IEEE Trans on SP, 1997, 45(1): 90 - 101.
- [3] S R Lach, M G Amin, A R Lindsey. Broadband nonstationary interference excision for spread spectrum communications using time-frequency synthesis[A]. Proc IEEE ICASSP[C]. Seattle, WA USA: Causal Production, 1998. 3257 - 3260.
- [4] A Bultan, A N Akansu. A novel time-frequency exciser in spread spectrum communications for chirp-like interference[A]. Proc IEEE ICASSP[C]. Seattle, WA USA: Causal Production, 1998. 3265 - 3268.
- [5] C Wang, M Amin. Performance analysis of instantaneous frequency based interference excision techniques in spread spectrum communications[J]. IEEE Trans on SP, 1998, 46(1): 70 - 82.
- [6] S Barbarossa, A Scaglione. Adaptive time-varying cancellation of wide-band interferences in spread-spectrum communications based on time-frequency distributions[J]. IEEE Trans on SP, 1999, 47(7): 957 - 965.
- [7] V Namias. The fractional Fourier transform and its application in quantum mechanics[J]. IMA J of Appl Math, 1980, 25(1): 241 - 265.
- [8] L B Almeida. The fractional Fourier transform and time-frequency representations[J]. IEEE Trans on SP, 1994, 42(11): 3084 - 3091.
- [9] H M Ozaktas, O Arikan, M A Kutay, et al. Digital Computation of the fractional fourier transform[J]. IEEE Trans on SP, 1996, 44(9): 2141 - 2150.
- [10] 齐林, 陶然, 周思永, 王越. 基于分数阶傅立叶变换的多分量LFM信号的检测和参数估计[J]. 中国科学(E辑), 2003, 33(8): 749 - 759.

图3 不同干扰强度下干扰抑制接收机的误码率



## 作者简介:



齐林 男, 1961年7月生于河南郑州, 1982年毕业于南京邮电学院微波通信专业, 获学士学位; 1990年获南京理工大学计算机应用专业硕士学位; 现为郑州大学信息工程学院副教授, 北京理工大学在读博士研究生; 主要研究方向为现代信号处理及其在通信和雷达系统中的应用。



陶然 男, 1964年11月生于安徽南陵, 现任北京理工大学电子工程系副主任、信息安全与对抗研究中心主任、教授、博士生导师, 研究方向: 新型探测理论与系统, 宽带无线移动通信理论及应用, 信息安全与对抗, 获“国家高校青年教师奖”及部级二等奖1项、部级三等奖3项, 已发表论文100余篇, 其中三大检索收录60余篇, 出版著作3部, 主持包括国家自然科学基金重点项目、总装备部重点预研项目、国防科工委重点预研项目共10余项。